

Fourier et les harmoniques

En général, la vibration d'une corde, d'une membrane ou d'un volume d'air n'est pas sinusoïdale, même si elle est périodique.

Mais tout signal périodique est la somme d'une série de signaux sinusoïdaux (c'est Joseph Fourier qui l'a montré au début du XIXe siècle): si $S(t+T)=S(t)$ (ce qui signifie que le signal S se reproduit identique à lui-même lorsqu'un intervalle de temps T s'est écoulé), alors

$$S(t) = a_1 \sin(2\pi t/T + \Phi_1) + a_2 \sin[2(2\pi t/T) + \Phi_2] + a_3 \sin[3(2\pi t/T) + \Phi_3] + \dots$$

jusqu'à l'infini...

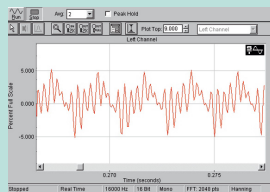
On appelle "fondamentale" le premier terme (de période T , et de fréquence $f=1/T$); les termes d'ordre plus élevé s'appellent les harmoniques, la fréquence du n^e terme étant simplement nf .

Le signal périodique se détermine aussi bien par la forme de son profil temporel que par la suite des coefficients $\{a_n\}$, qui sont les amplitudes des harmoniques successives.

Instrument

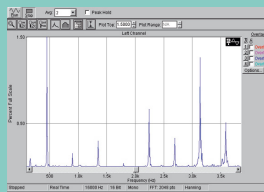


La pression exercée sur le microphone en fonction du temps: la périodicité du signal est évidente, mais son profil diffère profondément d'un instrument à l'autre.

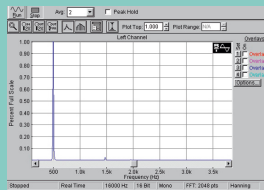
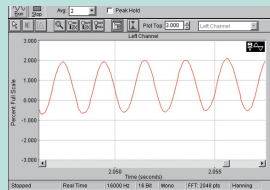


Analyse de Fourier du signal temporel:

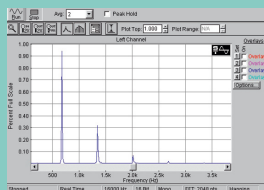
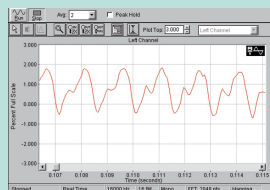
La hauteur des lignes bleues correspond aux coefficients $\{a_n\}$ introduits dans l'équation ci-dessus; ils mesurent l'amplitude des harmoniques, leur fréquence étant donnée en abscisse.



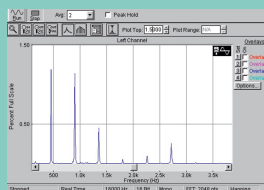
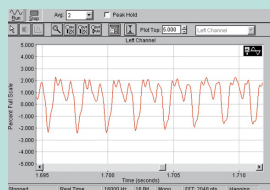
Violon: signal complexe, les harmoniques $n = 2, 5$ et 8 très présentes



Ocarina: un sinus presque pur, pratiquement pas d'harmoniques



Flûte: forte présence de l'harmonique $n = 2$, et ... sans doute d'harmoniques d'ordre beaucoup plus élevé



Piano: très éloigné d'un sinus, beaucoup d'harmoniques